



فصل سوم: روابط طولی در مثلث

مدرس:

*** یادآوری**

در سال قبل روابط طولی زیر را در مثلث قائم‌الزاویه آموختیم:

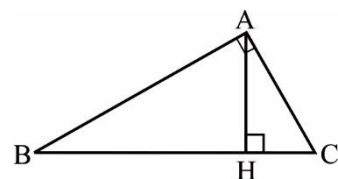
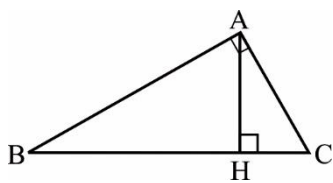
$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AB^2 = BC \times BH$$

$$AC^2 = BC \times CH$$

$$AH^2 = BH \times CH$$

$$AB \cdot AC = AH \cdot BC$$



مثال ۱: در مثلث قائم‌الزاویه شکل مقابل، به کمک روابط طولی، مقادیر مجهول را محاسبه کنید.

$$BH=9, CH=4, AH=?, AB=?, AC=?$$

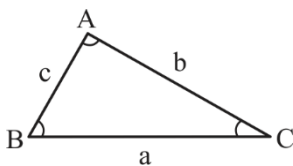
تمرین ۱: ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A}=90^\circ$) با ارتفاع $AH=h_a$ داریم: (تمرین ۱ صفحه ۶۵ کتاب) $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

*** قضیه سینوس‌ها**

در سال‌های قبل آموختیم که مساحت هر مثلث را می‌توان به صورت زیر نوشت:

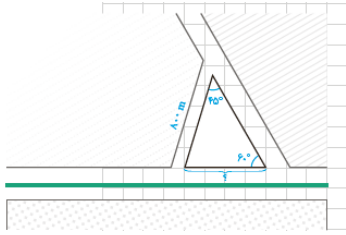
$$S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \hat{A} = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin \hat{B} = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \hat{C}$$

با تقسیم هر سه تساوی فوق بر $\frac{1}{2} a \cdot b \cdot c$ خواهیم داشت:

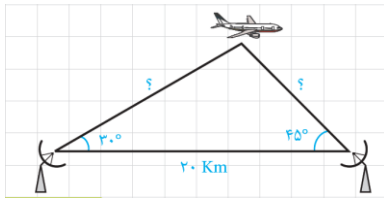


مثال ۲: در مثلث ABC ، $BC=10$ ، $\hat{A}=12^\circ$ و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ است. اندازه زوایای B و C را به دست آورید.

مثال ۳: از یک بلوار افقی، یک خیابان فرعی باریک با زاویه 60° درجه جدا شده است. اکنون شهرداری منطقه می خواهد یک خیابان فرعی دیگر به طول 800 متر بنا کند تا با زاویه 45° درجه از خیابان فرعی اول جدا و به بلوار منتهی شود. این خیابان از چه فاصله‌ای از رأس زاویه 60° درجه باید شروع شود و با بلوار چه زاویه‌ای می‌سازد؟

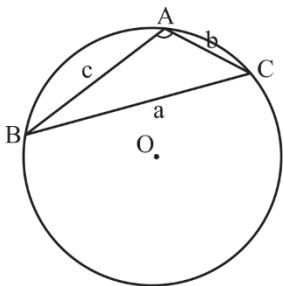
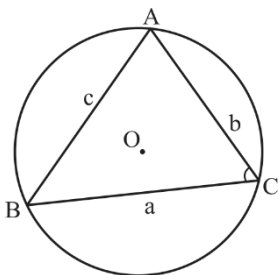
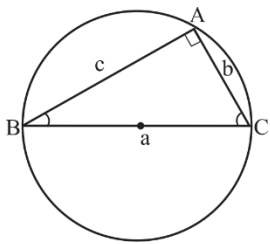


تمرین ۲: دو ایستگاه رادار، که در فاصله 20 کیلومتری از هم واقع‌اند، هواپیمایی را با زاویه‌های 30° و 45° درجه رصد کرده‌اند. فاصله هواپیما را از دو ایستگاه به دست آورید. (تمرین ۲ صفحه ۶۵ کتاب)



قضیه: با توجه به شعاع دایره‌ی محیطی، قضیه‌ی سینوس‌ها را می‌توان به صورت زیر کامل کرد: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

اثبات:



✓ تست ۴: در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول دو ضلع زاویه قائمه ۳ و $\sqrt{3}$ می‌باشد. شعاع دایره محیطی مثلث چقدر است؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{4}$

(۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

✓ تست ۵: قطر دایره محیطی مثلث ABC برابر 10 و ضلع $c = 5\sqrt{3}$ است. زاویه \hat{C} چند درجه است؟

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$

(۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{6}$

✓ تست ۶: در مثلثی، طول ضلع a برابر $4\sqrt{2}$ و $\hat{B} + \hat{C} = 105^\circ$ است. طول شعاع دایره محیطی مثلث کدام است؟

(۱) $4(\sqrt{3}-1)$

(۲) $4(\sqrt{3}+1)$

(۳) $8(\sqrt{3}-1)$

(۴) $8(\sqrt{3}+1)$